

数学试卷

本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分。满分150分。考试时间120分钟。

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
得 分					

第 I 卷(选择题,共 85 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A = \{2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, 则 $A \cup B =$ ().

- B. $\{2, 4\}$

- D. {6}

2. 不等式 $x^2 - 2x < 0$ 的解集为().

- B. $\{x \mid -2 < x < 0\}$

- D. $\{x|x < -2 \text{ 或 } x > 0\}$

3. 曲线 $y = \frac{2}{1-x}$ 的对称中心是().

- B. (0,1)

- D. (1,0)

4. 下列函数中,在区间 $(0, +\infty)$ 为增函数的是().

- B. $y = x^2$

- D. $y = 3^{-x}$

5. 函数 $f(x) = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的最小正周期是().

- B.
- 2π

- D.
- 4π

6. 下列函数中,为偶函数的是().

A. $y = \sqrt{x^2 + 1}$

B. $y = 2^{-x}$

C. $y = x^{-1} - 1$

D. $y = 1 + x^{-3}$

7. 函数 $y = \log_2(x+2)$ 的图象向上平移 1 个单位后,所得图象对应的函数为().

A. $y = \log_2(x+1)$

B. $y = \log_2(x+3)$

C. $y = \log_2(x+2) - 1$

D. $y = \log_2(x+2) + 1$

8. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, 公差 $d \neq 0$, a_2, a_3, a_6 成等比数列, 则 $d =$ ().

A. 1

B. -1

C. -2

D. 2

9. 从 1, 2, 3, 4, 5 中任取 2 个不同的数, 这 2 个数都是偶数的概率为().

A. $\frac{3}{10}$

B. $\frac{1}{5}$

C. $\frac{1}{10}$

D. $\frac{3}{5}$

10. 圆 $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$ 的半径为().

A. $\sqrt{10}$

B. 4

C. $\sqrt{15}$

D. 16

11. 双曲线 $3x^2 - 4y^2 = 12$ 的焦距为().

A. $2\sqrt{7}$

B. $2\sqrt{3}$

C. 4

D. 2

12. 已知抛物线 $y^2 = 6x$ 的焦点为 F , 点 $A(0, -1)$, 则直线 AF 的斜率为().

A. $\frac{3}{2}$

B. $-\frac{3}{2}$

C. $-\frac{2}{3}$

D. $\frac{2}{3}$

13. 若 1 名女生和 3 名男生排成一排, 则该女生不在两端的不同排法共有().

A. 24 种

B. 12 种

C. 16 种

D. 8 种

14. 已知平面向量 $\mathbf{a} = (1, t)$, $\mathbf{b} = (-1, 2)$, 若 $\mathbf{a} + m\mathbf{b}$ 平行于向量 $(-2, 1)$, 则().

A. $2t - 3m + 1 = 0$

B. $2t + 3m + 1 = 0$

C. $2t - 3m - 1 = 0$

D. $2t + 3m - 1 = 0$

15. 函数 $f(x) = 2\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$ 的最大值是().

A. 0

B. $\sqrt{3}$

C. 2

D. -1

16. 函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图象与直线 $y = x + 1$ 交于 A, B 两点, 则 $|AB| = (\quad)$.

A. $2\sqrt{13}$

B. 4

C. $\sqrt{34}$

D. $5\sqrt{2}$

17. 设甲: $y = f(x)$ 的图象有对称轴; 乙: $y = f(x)$ 是偶函数, 则().

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

第 II 卷(非选择题, 共 65 分)

得 分	评卷人

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 过点 $(1, -2)$ 且与直线 $3x + y - 1 = 0$ 垂直的直线方程为_____.

19. 掷一枚硬币时, 正面向上的概率为 $\frac{1}{2}$, 掷这枚硬币 4 次, 则恰有 2 次正面向上的概率是_____.

20. 已知 $\sin x = -\frac{3}{5}$, 且 x 为第四象限角, 则 $\sin 2x =$ _____.

21. 曲线 $y = x^2 - e^x + 1$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为_____.

得 分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{2}{3}(4^n - 1)$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 若 $a_k = 128$, 求 k .

23. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $A = 30^\circ$, $AB = 2$, $BC = \sqrt{3}$.

(I) 求 $\sin C$;

(II) 求 AC .

24. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 1$.

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 求 $f(x)$ 零点的个数.

25. (本小题满分 13 分)

已知椭圆 C 的长轴长为 4, 两焦点分别为 $F_1(-\sqrt{3}, 0)$, $F_2(\sqrt{3}, 0)$.

(I) 求 C 的标准方程;

(II) 若 P 为 C 上一点, $|PF_1| - |PF_2| = 2$, 求 $\cos \angle F_1PF_2$.

2018 年全国各类成人高考高起点 数学试卷

一、选择题

1. A 【解析】 $A \cup B = \{2, 4, 8\} \cup \{2, 4, 6, 8\} = \{2, 4, 6, 8\}$.

2. C 【解析】 $x^2 - 2x < 0 \Rightarrow x(x-2) < 0 \Rightarrow 0 < x < 2$, 故解集为 $\{x | 0 < x < 2\}$.

3. D 【解析】曲线 $y = \frac{-2}{x}$ 的对称中心是原点 $(0, 0)$, 而曲线 $y = \frac{2}{1-x}$ 是由曲线 $y = \frac{-2}{x}$ 向

右平移 1 个单位形成的, 故曲线 $y = \frac{2}{1-x}$ 的对称中心是 $(1, 0)$.

4. B 【解析】A, D 两项在 $(0, +\infty)$ 上为减函数, C 在 $(0, +\infty)$ 上不是单调函数.

5. A 【解析】最小正周期 $T = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2}$.

6. A 【解析】A, $y = f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$, 则 $f(-x) = \sqrt{(-x)^2 + 1} = \sqrt{x^2 + 1} = f(x)$, 故 $y = \sqrt{x^2 + 1}$ 为偶函数.

7. D 【解析】函数 $y = \log_2(x+2)$ 的图象向上平移 1 个单位后, 所得图象对应的函数为 $y - 1 = \log_2(x - 0 + 2)$, 即 $y = \log_2(x+2) + 1$.

8. C 【解析】 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_1 = 1$, 则 $a_2 = 1 + d, a_3 = 1 + 2d, a_6 = 1 + 5d$. 又因 a_2, a_3, a_6 成等比数列, 则 $a_3^2 = a_2 \cdot a_6$, 即 $(1 + 2d)^2 = (1 + d)(1 + 5d)$, 解得 $d = 0$ (舍去) 或 $d = -2$, 故选 C.

9. C 【解析】这 2 个数都是偶数的概率为 $P = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}$.

10. B 【解析】圆 $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$ 可化为 $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 16$, 故圆的半径为 4.

11. A 【解析】 $3x^2 - 4y^2 = 12$ 可化为 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$, 即 $a^2 = 4, b^2 = 3$, 则 $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{7}$, 则焦距 $2c = 2\sqrt{7}$.

12. D 【解析】抛物线 $y^2 = 6x$ 的焦点为 $F\left(\frac{3}{2}, 0\right)$, 则直线 AF 的斜率为 $k = \frac{0 - (-1)}{\frac{3}{2} - 0} = \frac{2}{3}$.

13. B 【解析】该女生不在两端的不同排法有 $C_2^1 A_3^3 = 12$ (种).

14. B 【解析】 $a + mb = (1, t) + m(-1, 2) = (1 - m, t + 2m)$, 又因 $a + mb$ 平行于向量 $(-2, 1)$, 则 $1 \cdot (1 - m) = -2 \cdot (t + 2m)$ 化简得: $2t + 3m + 1 = 0$.

15. C 【解析】当 $x = \frac{\pi}{9}$ 时, 函数 $f(x) = 2\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$ 取最大值, 最大值为 2.

16. D 【解析】由 $\begin{cases} y = x^2 - 2x - 3 \\ y = x + 1 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$, 或 $\begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$, 即 $A(-1, 0), B(4, 5)$, 则 $|AB| = \sqrt{(-1-4)^2 + (0-5)^2} = 5\sqrt{2}$.

17. D 【解析】图象有对称轴的不一定是偶函数, 但偶函数的图象一定有对称轴 y 轴, 故选 D.

二、填空题

18. $x - 3y - 7 = 0$ 【解析】因为所求直线与直线 $3x + y - 1 = 0$ 垂直, 故可设所求直线方程为 $x - 3y + a = 0$; 又直线经过点 $(1, -2)$, 故 $1 - 3 \cdot (-2) + a = 0$, 则 $a = -7$, 即所求直线方程为 $x - 3y - 7 = 0$.

19. $\frac{3}{8}$ 【解析】恰有 2 次正面向上的概率是 $P = C_4^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{4-2} = \frac{3}{8}$.

20. $-\frac{24}{25}$ 【解析】 x 为第四象限角, 则 $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$, 故 $\sin 2x =$

$$2\sin x \cos x = -\frac{24}{25}.$$

21. $x + y = 0$ 【解析】根据导数的几何意义, 曲线在 $(0, 0)$ 处的切线斜率 $k = y'|_{x=0} = -1$, 则切线方程为 $y - 0 = -1 \cdot (x - 0)$, 化简得 $x + y = 0$.

三、解答题

22. (I) $S_{n-1} = \frac{2}{3}(4^{n-1} - 1)$,

$$\begin{aligned} \text{则 } a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= \frac{2}{3}(4^n - 1) - \frac{2}{3}(4^{n-1} - 1) \\ &= 2^{2n-1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(II)} a_k &= 2^{2k-1} \\ &= 128 \\ &= 2^7, \end{aligned}$$

$$\therefore 2k - 1 = 7,$$

$$\therefore k = 4.$$

23. (I) $\because \frac{\sin C}{AB} = \frac{\sin A}{BC},$

$$\begin{aligned} \therefore \sin C &= \frac{\sin A}{BC} \cdot AB \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3}. \end{aligned}$$

(II) 由题意知, $C < 90^\circ$,

$$\begin{aligned} \text{故 } \cos C &= \sqrt{1 - \sin^2 C} \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{3}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin B &= \sin [180^\circ - (A + C)] \\ &= \sin(A + C) \\ &= \sin A \cos C + \cos A \sin C \\ &= \frac{3 + \sqrt{6}}{6}, \end{aligned}$$

$$\therefore AC = \frac{BC}{\sin A} \cdot \sin B = \sqrt{3} + \sqrt{2}.$$

24. (I) $f'(x) = 3x^2 + 2x - 5$, 令 $f'(x) = 0$, 得 $x_1 = 1, x_2 = -\frac{5}{3}$,

当 $x > 1$ 或 $x < -\frac{5}{3}$ 时, $f'(x) > 0$;

当 $-\frac{5}{3} < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$,

故 $f(x)$ 的单调增区间为 $\left(-\infty, -\frac{5}{3}\right)$ 和 $(1, +\infty)$, 单调减区间为 $\left(-\frac{5}{3}, 1\right)$.

$$(II) f\left(-\frac{5}{3}\right) > 0, f(1) < 0.$$

$\therefore f(x)$ 有 3 个零点.

25. (I) 由题意可知, $a=2, c=\sqrt{3}$,

$$\therefore b = \sqrt{a^2 - c^2} = 1,$$

$\therefore$ 椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

$$(II) \begin{cases} |PF_1| + |PF_2| = 2a = 4, \\ |PF_1| - |PF_2| = 2, \end{cases}$$

解得 $|PF_1| = 3, |PF_2| = 1$,

由余弦定理可得:

$$\begin{aligned} \cos \angle F_1PF_2 &= \frac{|PF_1|^2 + |PF_2|^2 - |F_1F_2|^2}{2|PF_1||PF_2|} \\ &= \frac{3^2 + 1^2 - (2\sqrt{3})^2}{2 \times 3 \times 1} \\ &= -\frac{1}{3}. \end{aligned}$$