

7. 若 $f(x)$ 为连续的奇函数, 则 $\int_{-1}^1 f(x) dx = (\quad)$.

A. 0

B. 2

C. $2f(-1)$

D. $2f(1)$

8. 若二元函数 $z = x^2y + 3x + 2y$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = (\quad)$.

A. $2xy + 3 + 2y$

B. $xy + 3 + 2y$

C. $2xy + 3$

D. $xy + 3$

9. 设区域 $D = \{(x, y) | 0 \leq y \leq x^2, 0 \leq x \leq 1\}$, 则 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积为 $(\quad)$.

A. $\frac{\pi}{5}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. π

10. 设 A, B 为两个随机事件, 且相互独立, $P(A) = 0.6, P(B) = 0.4$, 则 $P(A - B) = (\quad)$.

A. 0.24

B. 0.36

C. 0.4

D. 0.6

第 II 卷 (非选择题, 共 110 分)

得 分	评卷人

二、填空题: 11 ~ 20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 把答案填在题中横线上.

11. 曲线 $y = x^3 - 6x^2 + 3x + 4$ 的拐点为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 若函数 $f(x) = x - \arctan x$, 则 $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 若 $y = e^{2x}$, 则 $dy = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 设 $f(x) = x^{2x}$, 则 $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. $\int (2x + 3) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. $\int_{-1}^1 (x^5 + x^2) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. 若二元函数 $z = x^2y^2$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

得 分	评卷人

三、解答题:21 ~ 28 题,共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤.

21. (本题满分 8 分)

设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{3\sin x}{x}, & x < 0, \\ 3x + a, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 求 a .

22. (本题满分 8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{(x^2 - 1)}$.

23. (本题满分 8 分)

设函数 $f(x) = 2x + \ln(3x + 2)$, 求 $f''(0)$.

24. (本题满分 8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin 3t dt}{x^2}$.

25. (本题满分 8 分)

求 $\int x \cos x dx$.

26. (本题满分 10 分)

求曲线 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5$ 的极值.

27. (本题满分 10 分)

盒子中有 5 个产品,其中恰有 3 个合格品. 从盒子中任取 2 个,记 X 为取出的合格品个数. 求

(1) X 的概率分布;

(2) $E(X)$.

28. (本题满分 10 分)

求函数 $f(x, y) = x^3 + y^3$ 在条件 $x^2 + 2y^2 = 1$ 下的最值.

2018 年成人高等学校招生全国统一考试专升本 高等数学(二)

一、选择题

1. D 【解析】 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} x}{\lim_{x \rightarrow 0} \cos x} = \frac{0}{1} = 0.$

2. D 【解析】 $y' = -\sin x, dy = -\sin x dx.$

3. C 【解析】 $f(x) = 5^x$, 则 $f'(x) = 5^x \ln 5.$

4. C 【解析】 $y' = 3x^2 + 2, y' \Big|_{x=1} = 5$, 则法线斜率 $k = -\frac{1}{5}$, 则法线方程为 $y - 3 = -\frac{1}{5}(x - 1)$, 即 $x + 5y - 16 = 0.$

5. B 【解析】 $\int \frac{1}{2-x} dx = -\int \frac{1}{2-x} d(2-x) = -\ln |2-x| + C.$

6. A 【解析】 $\int f'(2x) dx = \frac{1}{2} \int f'(2x) d(2x) = \frac{1}{2} f(2x) + C.$

7. A 【解析】因为 $f(x)$ 是连续的奇函数, 故 $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$.

8. C 【解析】 $z = x^2y + 3x + 2y$, 故 $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy + 3$.

9. A 【解析】 $V = \pi \int_0^1 f^2(x) dx = \pi \int_0^1 x^4 dx = \frac{\pi}{5} x^5 \Big|_0^1 = \frac{\pi}{5}$.

10. B 【解析】因 A, B 相互独立, 故 $P(A - B) = P(A) - P(AB) = P(A) - P(A)P(B) = 0.6 - 0.6 \times 0.4 = 0.36$.

二、填空题

11. $(2, -6)$ 【解析】 $y' = 3x^2 - 12x + 3, y'' = 6x - 12$, 令 $y'' = 0$, 则 $x = 2$, 此时 $y = -6$, 故拐点为 $(2, -6)$.

12. e^{-3} 【解析】 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} [1 + (-3x)]^{\frac{1}{-3x} \cdot (-3)} = e^{-3}$.

13. $\frac{x^2}{1+x^2}$ 【解析】 $f(x) = x - \arctan x$, 则 $f'(x) = 1 - \frac{1}{1+x^2} = \frac{x^2}{1+x^2}$.

14. $2e^{2x} dx$ 【解析】 $y = e^{2x}, y' = 2e^{2x}$, 则 $dy = 2e^{2x} dx$.

15. $2x^{2x}(\ln x + 1)$ 【解析】 $y = x^{2x}$, 两边取对数得 $\ln y = 2x \ln x$, 两边同时对 x 求导得 $\frac{y'}{y} = 2 \ln x + 2$, 故 $y' = y(2 \ln x + 2) = 2x^{2x}(\ln x + 1)$.

16. $x^2 + 3x + C$ 【解析】 $\int (2x + 3) dx = x^2 + 3x + C$.

17. $\frac{2}{3}$ 【解析】 $\int_{-1}^1 (x^5 + x^2) dx = \left(\frac{1}{6} x^6 + \frac{1}{3} x^3 \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{3}$.

18. 2 【解析】 $\int_0^\pi \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int_0^\pi \sin \frac{x}{2} d\left(\frac{x}{2}\right) = -2 \cos \frac{x}{2} \Big|_0^\pi = 2$.

19. 1 【解析】 $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^{+\infty} = 1$.

20. $4xy$ 【解析】 $z = x^2 y^2$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy^2, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 4xy$.

三、解答题

21. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3 \sin x}{x} = 3, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (3x + a) = a$,

且 $f(0) = a$,

因为 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续,

所以 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$,

所以 $a = 3$.

22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{\sin(x^2 - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{x^2 - 1}$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x^2 + x + 1)(x - 1)}{(x - 1)(x + 1)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x + 1}{x + 1}$
 $= \frac{5}{2}$.

$$23. f(x) = 2x + \ln(3x + 2),$$

$$f'(x) = 2 + \frac{3}{3x + 2},$$

$$f''(x) = -\frac{9}{(3x + 2)^2},$$

$$\text{故 } f''(0) = -\frac{9}{4}.$$

$$\begin{aligned} 24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin 3t dt}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{1}{3} \cos 3t \Big|_0^x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3}(1 - \cos 3x)}{x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(3x)^2}{x^2} \\ &= \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 25. \int x \cos x dx &= \int x d \sin x \\ &= x \sin x - \int \sin x dx \\ &= x \sin x + \cos x + C. \end{aligned}$$

$$26. f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5,$$

则 $f'(x) = x^2 - x$, 令 $f'(x) = 0$, 则 $x_1 = 0, x_2 = 1$,

当 $x < 0$ 或 $x > 1$ 时, $f'(x) > 0$, 此时 $f(x)$ 为单调增加函数;

当 $0 < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$, 此时 $f(x)$ 为单调减少函数;

故当 $x = 0$ 时, $f(x)$ 取极大值, 极大值 $f(0) = 5$;

当 $x = 1$ 时, $f(x)$ 取极小值, 极小值 $f(1) = \frac{29}{6}$.

27. (1) X 可能的取值为 $0, 1, 2$.

$$P(X = 0) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10},$$

$$P(X = 1) = \frac{C_3^1 C_2^1}{C_5^2} = \frac{3}{5},$$

$$P(X = 2) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10},$$

则 X 的分布律为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

$$(2) E(X) = 0 \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{3}{5} + 2 \times \frac{3}{10} = \frac{6}{5}.$$

28. 作拉格朗日函数 $L(x, y, \lambda) = x^3 + y^3 + \lambda(x^2 + 2y^2 - 1)$,

$$\text{令} \begin{cases} L'_x = 3x^2 + 2\lambda x = 0, \\ L'_y = 3y^2 + 4\lambda y = 0, \\ L'_\lambda = x^2 + 2y^2 - 1 = 0, \end{cases}$$

解得驻点 $(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$ 和 $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$, 在驻点的函数值即为最值.

$$\text{且 } f(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}) = -\frac{1}{3}, f(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}) = \frac{1}{3}.$$

故函数 $f(x, y)$ 在条件 $x^2 + 2y^2 = 1$ 下的最小值为 $-\frac{1}{3}$, 最大值为 $\frac{1}{3}$.