

2019 年全国各类成人高考高起点 数学试卷

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。满分 150 分。考试时间 120 分钟。

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
得 分					

第 I 卷(选择题,共 85 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, 集合 $M = \{3, 4\}$, 则 $\complement_U M = (\quad)$.

A. $\{2, 3\}$

B. $\{2, 4\}$

C. $\{1, 4\}$

D. $\{1, 2\}$

2. 函数 $y = \cos 4x$ 的最小正周期为().

A. $\frac{\pi}{4}$

B. π

C. $\frac{\pi}{2}$

D. 2π

3. 设甲: $b = 0$; 乙: 函数 $y = kx + b$ 的图象经过坐标原点, 则().

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不是乙的充分条件也不是必要条件

4. 已知 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = (\quad)$.

A. -3

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 3

5. 函数 $y = \sqrt{1 - x^2}$ 的定义域是().

A. $\{x \mid x \geq -1\}$

B. $\{x \mid x \leq 1\}$

C. $\{x \mid x \leq -1\}$

D. $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$

6. 设 $0 < x < 1$, 则().

A. $0 < 2^x < 1$

B. $1 < 2^x < 2$

C. $\log_{\frac{1}{2}} x < 0$

D. $\log_2 x > 0$

7. 不等式 $\left|x + \frac{1}{2}\right| > \frac{1}{2}$ 的解集为().

A. $\{x \mid -1 \leq x \leq 0\}$

B. $\{x \mid x > 1\}$

C. $\{x \mid x > 0 \text{ 或 } x < -1\}$

D. $\{x \mid x < 0\}$

8. 甲、乙、丙、丁 4 人排成一行, 其中甲、乙必须排在两端, 则不同的排法共有().

A. 3 种

B. 8 种

C. 4 种

D. 24 种

9. 若向量 $a = (1, 1)$, $b = (1, -1)$, 则 $\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b = ()$.

A. $(-1, 2)$

B. $(1, -2)$

C. $(1, 2)$

D. $(-1, -2)$

10. $\log_3 1 + 16^{\frac{1}{2}} + (-2)^0 = ()$.

A. 4

B. 5

C. 3

D. 2

11. 函数 $y = x^2 - 4x - 5$ 的图象与 x 轴交于 A, B 两点, 则 $|AB| = ()$.

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

12. 下列函数为奇函数的是().

A. $y = -2x + 3$

B. $y = x^2 - 3$

C. $y = -\frac{2}{x}$

D. $y = 3\cos x$

13. 双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的焦点坐标为().

A. $(-\sqrt{7}, 0), (\sqrt{7}, 0)$

B. $(-5, 0), (5, 0)$

C. $(0, -5), (0, 5)$

D. $(0, -\sqrt{7}), (0, \sqrt{7})$

14. 若直线 $mx + y - 1 = 0$ 与直线 $4x + 2y + 1 = 0$ 平行, 则 $m = ()$.

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

15. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_4 a_5 = 6$, 则 $a_2 a_3 a_6 a_7 = ()$.

A. 36

B. 24

C. 12

D. 6

16. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且 $f(2x) = 4x + 1$, 则 $f(1) = ()$.

A. 5

B. 3

C. 7

D. 9

17. 甲、乙各独立地射击一次,已知甲射中 10 环的概率为 0.9,乙射中的 10 环的概率为 0.5,则甲、乙都射中 10 环的概率为().

A. 0.45

B. 0.25

C. 0.2

D. 0.75

第 II 卷(非选择题,共 65 分)

得 分	评卷人

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

18. 椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的离心率为_____.

19. 函数 $f(x) = x^2 - 2x + 1$ 在 $x = 1$ 处的导数为_____.

20. 设函数 $f(x) = x + b$,且 $f(2) = 3$,则 $f(3) =$ _____.

21. 从一批相同型号的钢管中抽取 5 根,测其内径,得到如下样本数据(单位:mm):

110.8 109.4 111.2 109.5 109.1

则该样本的方差为_____ mm^2 .

得 分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

已知 $\{a_n\}$ 为等差数列,且 $a_3 = a_5 + 1$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的公差 d ;

(II) 若 $a_1 = 2$,求 $\{a_n\}$ 的前 20 项和 S_{20} .

23. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $B = 75^\circ$, $\cos C = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(I) 求 $\cos A$;

(II) 若 $BC = 3$, 求 AB .

24. (本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $\odot M$ 的方程为 $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 6 = 0$, $\odot O$ 经过点 M .

(I) 求 $\odot O$ 的方程;

(II) 证明: 直线 $x - y + 2 = 0$ 与 $\odot M$, $\odot O$ 都相切.

25. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = 2x^3 - 12x + 1$, 求 $f(x)$ 的单调区间和极值.

2019 年全国各类成人高考高起点 数学试卷

一、选择题

1. D 【解析】求补集,补集是集合缺少的部分.根据补集的定义可得 $\complement_U M = \{1, 2\}$.

2. C 【解析】函数 $y = \cos 4x$ 的最小正周期 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$.

3. C 【解析】已知 $b = 0 \Rightarrow y = kx + b$ 经过坐标原点,而 $y = kx + b$ 经过坐标原点 $\Rightarrow b = 0$,因此甲是乙的充要条件.

4. D 【解析】 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{1 - \frac{1}{2} \times 1} = 3$.

5. D 【解析】当 $1 - x^2 \geq 0$ 时,原函数有意义,即 $x^2 \leq 1$,即 $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$.

6. B 【解析】当 $0 < x < 1$ 时, $1 < 2^x < 2$, $\log_{\frac{1}{2}} x > 0$, $\log_2 x < 0$.

7. C 【解析】 $\left|x + \frac{1}{2}\right| > \frac{1}{2}$ 解得 $x + \frac{1}{2} > \frac{1}{2}$ 或 $x + \frac{1}{2} < -\frac{1}{2}$,即 $\{x \mid x > 0 \text{ 或 } x < -1\}$.

8. C 【解析】甲、乙必须排在两端,有2种排法,丙、丁排在中间有2种排法,一共有 $2 \times 2 = 4$ (种)排法.

9. A 【解析】本题考查向量的加减运算. $\frac{1}{2}\mathbf{a} - \frac{3}{2}\mathbf{b} = \left(\frac{1}{2} \times 1 - \frac{3}{2} \times 1, \frac{1}{2} \times 1 + \frac{3}{2} \times 1\right) = (-1, 2)$.

10. B 【解析】 $\log_3 1 + 16^{\frac{1}{2}} + (-2)^0 = 0 + 4 + 1 = 5$.

11. D 【解析】 $x^2 - 4x - 5 = 0$ 解得 $x = -1$ 或 $x = 5$,则 A, B 两点距离 $|AB| = 6$.

12. C 【解析】令 $f(x) = -\frac{2}{x}$, 则 $f(-x) = -\frac{2}{-x} = \frac{2}{x} = -f(x)$, 满足 $f(-x) = -f(x)$, 因此 $y = -\frac{2}{x}$ 为奇函数.

13. B 【解析】由 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 可知, x^2 的系数大于 0, 则焦点在 x 轴上, 又 $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$, 则焦点坐标为 $(-5, 0), (5, 0)$.

14. D 【解析】直线平行, 斜率相等. 由 $-m = -2$, 可知 $m = 2$.

15. A 【解析】考查等比数列的性质. 下角标之和相等, 乘积相等, 则 $a_4 a_5 = a_2 a_7 = a_3 a_6 = 6$, 则 $a_2 a_3 a_6 a_7 = a_2 a_7 \cdot a_3 a_6 = (a_4 a_5)^2 = 36$.

16. B 【解析】令 $x = \frac{1}{2}$, 则 $f(2x) = f\left(2 \times \frac{1}{2}\right) = 4 \times \frac{1}{2} + 1 = 3$.

17. A 【解析】甲、乙是独立地射击, 则甲、乙都射中 10 环的概率为 $0.9 \times 0.5 = 0.45$.

二、填空题

18. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 【解析】由题可知, $a = 2, b = 1$, 故 $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3}$, 则离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

19. 0 【解析】 $f'(x) = (x^2 - 2x + 1)' = 2x - 2$, 故 $f'(1) = 2 \times 1 - 2 = 0$.

20. 4 【解析】由 $f(2) = 2 + b = 3$, 得 $b = 1$, 故函数 $f(x) = x + 1$, 即 $f(3) = 3 + 1 = 4$.

21. 0.7 【解析】样本平均值 $\bar{x} = \frac{1}{5}(110.8 + 109.4 + 111.2 + 109.5 + 109.1) = 110$, 故样本方差 $s^2 = \frac{1}{5}[(110.8 - 110)^2 + (109.4 - 110)^2 + (111.2 - 110)^2 + (109.5 - 110)^2 + (109.1 - 110)^2] = 0.7$.

三、解答题

22. (I) 由 $a_3 = a_5 + 1$, 得 $a_1 + 2d = a_1 + 4d + 1$,

解得 $d = -\frac{1}{2}$.

$$\begin{aligned} \text{(II)} S_{20} &= na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d \\ &= 20 \times 2 + \frac{20 \times 19}{2} \times -\frac{1}{2} \\ &= -55. \end{aligned}$$

23. (I) 在 $\triangle ABC$ 中, $B = 75^\circ, \cos C = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $C = 45^\circ$.

根据三角形内角和为 180° , 则 $A = 60^\circ$, 所以 $\cos A = \frac{1}{2}$.

(II) 因为 $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A}$, 即 $\frac{AB}{\sin 45^\circ} = \frac{3}{\sin 60^\circ}$, 所以 $AB = \sqrt{6}$.

24. (I) $\odot M$ 的方程可化成标准方程 $(x-1)^2 + (y+1)^2 = (2\sqrt{2})^2$, 其圆心 M 点的坐标为 $(1, -1)$, 半径为 $r_1 = 2\sqrt{2}$.

由题可知, $\odot O$ 的圆心为坐标原点, 可设其标准方程为 $x^2 + y^2 = r_2^2$.

$\odot O$ 过 M 点, 将 M 点坐标代入 $\odot O$ 的方程, 解得 $r_2 = \sqrt{2}$, 因此 $\odot O$ 的标准方程为 $x^2 + y^2 = 2$.

(II) 点 M 到直线的距离 $d_1 = \frac{|1+1+2|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} = r_1$, 则 $\odot M$ 与 $x-y+2=0$ 相切;

点 O 到直线的距离 $d_2 = \frac{|0+0+2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} = r_2$, 则 $\odot O$ 与 $x-y+2=0$ 相切.

因此, 直线 $x-y+2=0$ 与 $\odot M, \odot O$ 都相切.

25. $f'(x) = 6x^2 - 12$.

令 $f'(x) > 0$, 得 $x < -\sqrt{2}$ 或 $x > \sqrt{2}$; 令 $f'(x) < 0$, 得 $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$.

因此, 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, -\sqrt{2})$, $(\sqrt{2}, +\infty)$ 单调递增; 在 $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ 单调递减.

函数在 $x = -\sqrt{2}$ 时, 取得极大值 $f(-\sqrt{2}) = 8\sqrt{2} + 1$;

函数在 $x = \sqrt{2}$ 时, 取得极小值 $f(\sqrt{2}) = -8\sqrt{2} + 1$.