2020 年全国各类成人高考高起点
数学试卷

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。满分 150 分。考试时间 120 分钟。

题　号	一	二	三	总　分	统分人签字
得　分					

第Ⅰ卷(选择题,共 85 分)

得　分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 不等式$|x-2|<1$的解集是(　　).

A. $\{x|-1<x<3\}$　　B. $\{x|-2<x<1\}$

C. $\{x|-3<x<1\}$　　D. $\{x|1<x<3\}$

2. 下列函数中,在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上为减函数的是(　　).

A. $y=\ln(3x+1)$　　B. $y=x+1$

C. $y=5\sin x$　　D. $y=4-2x$

3. 函数$y=\log_2(x+1)$的定义域是(　　).

A. $(2,+\infty)$　　B. $(-2,+\infty)$

C. $(-\infty,-1)$　　D. $(-1,+\infty)$

4. 直线$x-y-3=0$与$x-y+3=0$之间的距离为(　　).

A. $2\sqrt{2}$　　B. $6\sqrt{2}$

C. $3\sqrt{2}$　　D. 6

5. 设集合$M=\{-2,-1,0,1,2\}$,$N=\{x|x\leqslant 2\}$,则$M\cap N=$(　　).

A. $\{-1,0,1\}$　　B. $\{-2,-1,0,1,2\}$

C. $\{x|0<x\leqslant 2\}$　　D. $\{x|-1<x<2\}$

真 题

6. 已知点 $A(1,0)$,$B(-1,1)$,若直线 $kx-y-1=0$ 与直线 AB 平行,则 $k=$(　　).

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. -1　　D. 1

7. 已知向量 $\overrightarrow{AB}=(1,t)$,$\overrightarrow{BC}=(-1,1)$,$\overrightarrow{AC}=(0,2)$,则 $t=$(　　).

A. -1　　B. 2　　C. -2　　D. 1

8. 已知双曲线 $\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{4}=1$ 的离心率为 3,则 $m=$(　　).

A. 4　　B. 1　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

9. 函数 $y=\sin(x+3)+\sin(x-3)$ 的最大值为(　　).

A. $-2\sin 3$　　B. $2\sin 3$　　C. $-2\cos 3$　　D. $2\cos 3$

10. 已知 $a>b>1$,则(　　).

A. $\log_2 a>\log_2 b$　　B. $\log_2 \frac{1}{a}>\log_2 \frac{1}{b}$

C. $\frac{1}{\log_2 a}>\frac{1}{\log_2 b}$　　D. $\log_{\frac{1}{2}} a>\log_{\frac{1}{2}} b$

11. 已知 $\cos x=\frac{3}{5}$,且 x 为第一象限角,则 $\sin 2x=$(　　).

A. $\frac{4}{5}$　　B. $\frac{24}{25}$　　C. $\frac{18}{25}$　　D. $\frac{12}{25}$

12. 曲线 $y=\sin(x+2)$ 的一条对称轴的方程是(　　).

A. $x=\frac{\pi}{2}$　　B. $x=\pi$

C. $x=\frac{\pi}{2}+2$　　D. $x=\frac{\pi}{2}-2$

13. 若 $p:x=1$;$q:x^2-1=0$,则(　　).

A. p 既不是 q 的充分条件也不是 q 的必要条件

B. p 是 q 的充要条件

C. p 是 q 的必要条件但不是充分条件

D. p 是 q 的充分条件但不是必要条件

14. 已知点 $A(1,-3)$,$B(0,-3)$,$C(2,2)$,则 $\triangle ABC$ 的面积为(　　).

A. 2　　B. 3　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{5}{2}$

15. 从红、黄、蓝、黑 4 个球中任取 3 个,则这 3 个球中有黑球的不同取法共有(　　).

A. 3 种　　B. 4 种　　C. 2 种　　D. 6 种

16. 下列函数中,最小正周期为 π 的函数是(　　).

A. $y=\sin x+\sin x^2$

B. $y=\sin 2x$

C. $y=\cos x$

D. $y=\sin \dfrac{x}{2}+1$

17. 下列函数中,为偶函数的是(　　).

A. $y=e^x+x$

B. $y=x^2$

C. $y=x^3+1$

D. $y=\ln(2x+1)$

第Ⅱ卷(非选择题,共 65 分)

得　分	评卷人

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

18. 函数 $f(x)=x^2+bx+c$ 的图象经过点 $(-1,0)$,$(3,0)$,则 $f(x)$ 的最小值为________.

19. 某同学每次投篮命中的概率都是 0.6,各次是否投中相互独立,则该同学投篮 3 次恰有 2 次投中的概率是________.

20. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $\dfrac{3^n}{2}$,则 $a_3=$________.

21. 已知曲线 $y=\ln x+a$ 在点 $(1,a)$ 处的切线过点 $(2,-1)$,则 $a=$________.

得　分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题,共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,$A=30°$,$AB=\sqrt{3}$,$BC=1$.

(Ⅰ)求 C;

(Ⅱ)求 $\triangle ABC$ 的面积.

23.（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x)=x^3+x-1$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）求出一个区间 (a,b)，使得 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内存在零点，且 $b-a<0.5$.

24.（本小题满分 12 分）

已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，且 $a_2=-2, a_4=-1$.

（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

25.（本小题满分 13 分）

已知椭圆 E 的中心在坐标原点 O，焦点在 x 轴上，长轴长为 8，焦距为 $2\sqrt{7}$.

（Ⅰ）求 E 的标准方程；

（Ⅱ）若以 O 为圆心的圆与 E 交于四点，且这四点为一个正方形的四个顶点，求该圆的半径.

参考答案

2020年全国各类成人高考高起点
数学试卷

一、选择题

1. D 【解析】$|x-2|<1 \Rightarrow -1<x-2<1 \Rightarrow 1<x<3$，故不等式的解集是$\{x|1<x<3\}$.

2. D 【解析】A、B两项在其定义域上为增函数，C项在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上为增函数，只有D项在实数域上为减函数.

3. D 【解析】由对数函数的性质可知$x+1>0$，则$x>-1$，故函数的定义域是$(-1,+\infty)$.

4. C 【解析】由题意可知两直线平行，则两直线的距离即为其中一条直线上的一点到另一条直线的距离. 取直线$x-y-3=0$上一点$(4,1)$，点$(4,1)$到直线$x-y+3=0$的距离为$d=\frac{4-1+3}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=3\sqrt{2}$.

5. B 【解析】由题意可知$M\subseteq N$，则$M\cap N=M=\{-2,-1,0,1,2\}$.

6. A 【解析】两直线平行则其斜率相等，$k_{AB}=\frac{1-0}{-1-1}=-\frac{1}{2}$，而直线$kx-y-1=0$的斜率为$k$，则$k=-\frac{1}{2}$.

7. D 【解析】$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(1,t)+(-1,1)=(0,2)$，则$t+1=2$，解得$t=1$.

8. C 【解析】由题意可知$a^2=m$，$b^2=4$，则$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{m+4}$，其离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{m+4}}{\sqrt{m}}=3$，解得$m=\frac{1}{2}$.

9. D 【解析】$y=\sin(x+3)+\sin(x-3)=\sin x\cos 3+\cos x\sin 3+\sin x\cos 3-\cos x\sin 3=2\sin x\cos 3$，而$\sin x$的最大值为1，故原函数的最大值为$2\cos 3$.

10. A 【解析】函数$y=\log_2 x$在$(0,+\infty)$上为增函数，又$a>b>1$，则$\log_2 a>\log_2 b$.

11. B 【解析】由于x为第一象限角，所以$\sin x=\sqrt{1-\cos^2 x}=\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}$，故$\sin 2x=2\sin x\cos x=2\times\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{24}{25}$.

12. D 【解析】$y=\sin(x+2)$是函数$y=\sin x$向左平移2个单位得到的，故其对称轴也向左平移2个单位. 又$x=\frac{\pi}{2}$是函数$y=\sin x$的一条对称轴，则$x=\frac{\pi}{2}-2$是函数$y=\sin(x+2)$的一条对称轴.

13. D 【解析】$x=1\Rightarrow x^2-1=0$，而$x^2-1=0\Rightarrow x=1$或$x=-1$，故p是q的充分条件但不是必要条件.

14. D 【解析】$AB=\sqrt{(1-0)^2+[-3-(-3)]^2}=1$，点$C$到$AB$边的距离为5，故$AB$边的高为5，则$\triangle ABC$的面积为$\frac{1}{2}\times1\times5=\frac{5}{2}$.

15. A 【解析】3个球中有黑球的不同取法共有$C_1^1C_3^2=3$(种).

及解析

16. B 【解析】B 项，函数 $y=\sin 2x$ 的最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

17. B 【解析】A，C，D 三项均为非奇非偶函数，B 项为偶函数.

二、填空题

18. -4 【解析】函数 $f(x)=x^2+bx+c$ 的图象的开口向上，则其在对称轴处取得最小值. 又函数 $f(x)$ 过点 $(-1,0)$，$(3,0)$，故其对称轴为 $x=\frac{-1+3}{2}=1$，$f_{\min}(1)=1+b+c$，而 $f(-1)=1-b+c=0$，$f(3)=9+3b+c=0$，解得 $b=-2$，$c=-3$，故 $f_{\min}(1)=1-2-3=-4$.

19. 0.432 【解析】该同学投篮 3 次恰有 2 次投中的概率是 $C_3^2\cdot 0.6^2\cdot 0.4=0.432$.

20. 9 【解析】由题意知 $S_n=\frac{3^n}{2}$，则 $a_1=\frac{3}{2}$，$a_2=S_2-a_1=\frac{3^2}{2}-\frac{3}{2}=3$，$a_3=S_3-a_2-a_1=\frac{3^3}{2}-3-\frac{3}{2}=9$.

21. -2 【解析】$y'=\frac{1}{x}$，故曲线在点 $(1,a)$ 处的切线的斜率为 $y'\big|_{x=1}=\frac{1}{x}\Big|_{x=1}=1$，则切线方程为 $y-a=x-1$，即 $y=x-1+a$. 又切线过点 $(2,-1)$，则 $-1=2-1+a$，解得 $a=-2$.

三、解答题

22. (Ⅰ) 由正弦定理得 $\frac{BC}{\sin A}=\frac{AB}{\sin C}$，即 $\frac{1}{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sin C}$，

解得 $\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$，故 $C=60°$ 或 $C=120°$.

(Ⅱ) 由余弦定理得 $\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\cdot AC}=\frac{3+AC^2-1}{2\sqrt{3}AC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

解得 $AC=1$ 或 $AC=2$.

当 $AC=1$ 时，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin A=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 1\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

当 $AC=2$ 时，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin A=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 2\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

23. (Ⅰ) 因为 $f'(x)=3x^2+1>0$，
故函数在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，故其单调区间为 $\mathbf{R}$.

(Ⅱ) 令 $a=\frac{1}{2}$，$b=\frac{3}{4}$，则 $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}+\frac{1}{2}-1<0$，$f\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{27}{64}+\frac{3}{4}-1>0$.

又由于函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，故其在 $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)$ 内存在零点，

且 $b-a=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}<0.5$（答案不唯一）.

24. (Ⅰ) 由题意可知 $a_4=a_2+2d=-2+2d=-1$，解得 $d=\frac{1}{2}$，

故 $a_n=a_2+(n-2)d$

$= -2 + (n-2) \times \frac{1}{2}$

$= \frac{n}{2} - 3.$

(Ⅱ)由(Ⅰ)可知 $a_1 = \frac{1}{2} \times 1 - 3 = -\frac{5}{2}$,

故 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n\left(-\frac{5}{2} + \frac{n}{2} - 3\right)}{2} = \frac{1}{4}n(n-11).$

25.(Ⅰ)由题意可知 $2a = 8, 2c = 2\sqrt{7}$,

故 $a = 4, c = \sqrt{7}$,则 $b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{16-7} = 3$,

则椭圆 E 的标准方程为$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$

(Ⅱ)设圆的方程为 $x^2 + y^2 = R^2$.

因为圆与椭圆的四个交点为一个正方形的四个顶点,设其在第一象限的交点为 A,

则 $OA = R$,A 点到 x 轴与 y 轴的距离相等,

可求得 A 点的坐标为$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}R, \frac{\sqrt{2}}{2}R\right)$,

又 A 点也在椭圆上,则$\frac{\frac{R^2}{2}}{16} + \frac{\frac{R^2}{2}}{9} = 1$,

解得 $R = \frac{12\sqrt{2}}{5}$.